

INFORME 5: Compensadores de atraso y adelanto de fase.

Diego Mancipe (261406), Alejandro Ospina (261415), José Fernando Parra (222495).

ABSTRACT:

The compensating delay and phase advance are the frequency responses of a system to sinusoidal inputs type, response analysis is performed in order to determine the possible frequency bandwidth in which you can work and have some measure of controls noise, since they also act as said compensating filters.

Resumen—

Los compensadores de atraso y adelanto de fase, se usan para controlar las respuestas en frecuencia de un sistema ante entradas de tipo sinusoidales, se realiza análisis a la respuesta en frecuencia para determinar el posible ancho de banda en el cuál se puede trabajar y tener alguna medida de los controles de ruido, también los compensadores actúan como filtros.

Palabras Clave—amplificador operacional, controladores, filtros.

1. OBJETIVOS

1. Obtener la función de transferencia de un sistema de segundo orden a partir del análisis algebraico de sus componentes.
2. Diseñar e implementar controladores de atraso y adelanto de fase a partir de ciertos requerimientos dados de respuesta en frecuencia.
3. Verificar el cumplimiento de los controladores a partir de sus especificaciones mediante la implementación y controlar los posibles cambios que se tengan entre simulación e implementación.

2. INTRODUCCIÓN

Es necesario hacer análisis de respuesta en frecuencia de los sistemas de control cuando están solos para saber su comportamiento y a partir de dichas respuestas se pueden implementar controladores para cumplir con ciertas especificaciones solicitadas, en este informe se hace análisis a una planta compuesta por un amplificador operacional, resistencias y condensadores,

ante una entrada tipo paso, a partir de esta respuesta se hace análisis para luego implementar controladores que van a cumplir con ciertos requerimientos.

El análisis de respuesta en frecuencia es útil para los diseñadores dado que proporciona parámetros como lo son el ancho de banda de posible trabajo y también las respuestas posibles de los sistemas ante ruidos, igualmente permite eliminar ciertas señales no deseadas para tener señales más claras.

3. DESARROLLO

En el siguiente proceso, se analiza el circuito de la figura 1, y se realiza la obtención del modelo de la función de transferencia, se comparan los valores para verificar que la planta ideal sea parecida a la implementada.

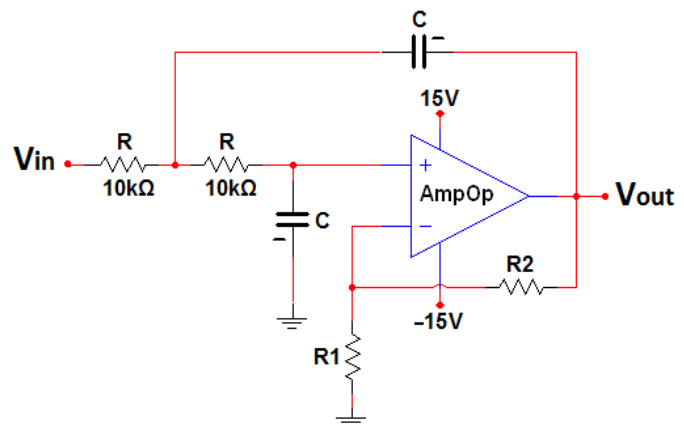


Figura 1: sistema dinámico eléctrico de segundo orden.

Los valores utilizados en este caso fueron:

$$C = 10\mu F$$

$$R_2 = 5.6K\Omega$$

$$R_1 = 3.3K\Omega$$

A continuación se ilustra la comparación entre las plantas ideales y la implementada para una respuesta ante una entrada tipo paso, donde el modelo

4. DISEÑO DE LOS COMPENSADORES:

1. Diseñe un compensador $C1(s)$, de atraso tal que $C1(s)G(s)$ alcance los siguientes requerimientos: (1) error de posición inferior a 5%, (2) Margen de fase $\geq 60^\circ$; (3) Margen de ganancia ≥ 10 db, Valide su diseño en simulación usando SIMSCAPE

Para el diseño del compensador de atraso de fase, primero hallamos la ganancia k del compensador despejando del requerimiento del error a entrada escalón. El error a entrada paso se define como

$$e_{ssp} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + GH(s)} = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} GH(s)} = \frac{1}{1 + Kp} \quad (3)$$

Así pues se despeja la variable k_p del compensador multiplicado por k

$$Kp = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{27k}{s^2 + 3.03s + 10} = 2.7k \quad (4)$$

Igualando el error a la entrada escalón a 4%, hallamos la K

$$e_{ssp} = \frac{1}{1 + 2.7k} = 0.04 \rightarrow k = 8.88 \quad (5)$$

Posteriormente, con la función de transferencia de la planta, y el comando margin de Matlab, obtenemos el margen de fase y la frecuencia de corte de ganancia.

$$PM = 11,4095$$

$$w_{cg} = 15.65 \text{ rad / sec}$$

Ahora calculamos el ángulo así,

$$\angle L(jw_g) = PM_{req} - 180 + 5.6 = -114.4 \quad (6)$$

Con este ángulo y observando el diagrama de bode, se obtiene la frecuencia de corte prima

$$w_{g_{prima}} = 3.9237 \text{ rad / sec}$$

Con este valor hallamos el valor de la variable A , así

$$A = 20 \log(|L_1(jw_{g_{prima}})|) = 25,27 \text{ dB} \quad (7)$$

Así obtenemos el valor de α

$$\alpha = 10^{\frac{-A}{20}} = 0.0545 \quad (8)$$

Ahora, hallamos el valor de $T1$ con la siguiente formula

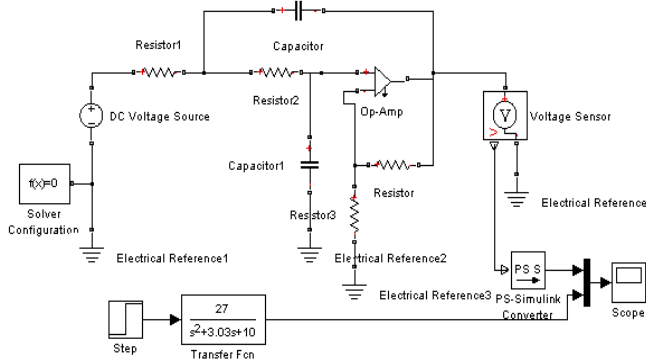


Figura 2: montaje de verificación de la función de transferencia.

Donde la función de transferencia de la planta mostrada en la figura 1 está dada por la ecuación:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) \left(\frac{1}{RC}\right)^2}{s^2 + \left(\frac{2R_1 - R_2}{R_1 RC}\right)s + \left(\frac{1}{RC}\right)} \quad (1)$$

Una vez reemplazados los valores y omitiendo los pasos de álgebra, se obtuvo la siguiente función de transferencia:

$$t_f = \frac{27}{s^2 + 3.03s + 10} \quad (2)$$

Las comparaciones entre la planta implementada y la planta teórica de la figura 2, se muestran a continuación:

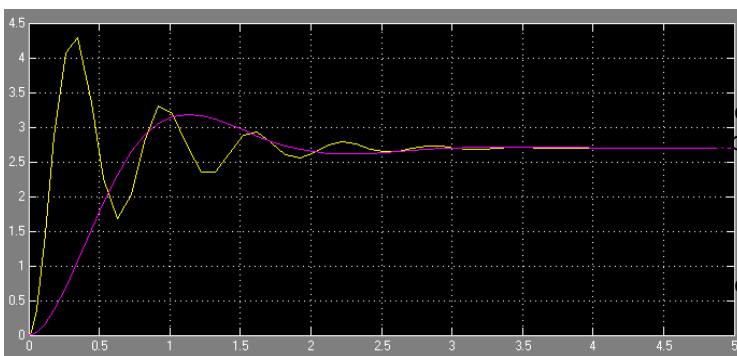


Figura 3: respuestas ante entrada paso, planta real y planta ideal.

Una vez obtenida y verificada la planta, se realizan los montajes de los controladores con requerimientos específicos.

ⁱ Modern Control Systems, R. C. Dorf & R. H. Bishop, 10th Edition, Prentice Hall, 2004.

$$T_1 = \frac{10}{\alpha \omega g_{prima}} = 46.803 \quad (9)$$

Así, el compensador sin la k quedaría:

$$C_2 = \frac{\alpha T_1 s + 1}{T_1 s + 1} = \frac{2.549s + 1}{46.8s + 1} \quad (10)$$

El compensador completo teniendo en cuenta la k, sería igual a:

$$kC_2 = \frac{22.63s + 8.88}{46.8s + 1} \quad (11)$$

Con este compensador, comprobamos que el requerimiento del margen de fase se cumple, para eso utilizamos el comando margin en Matlab y obtenemos la siguiente figura:

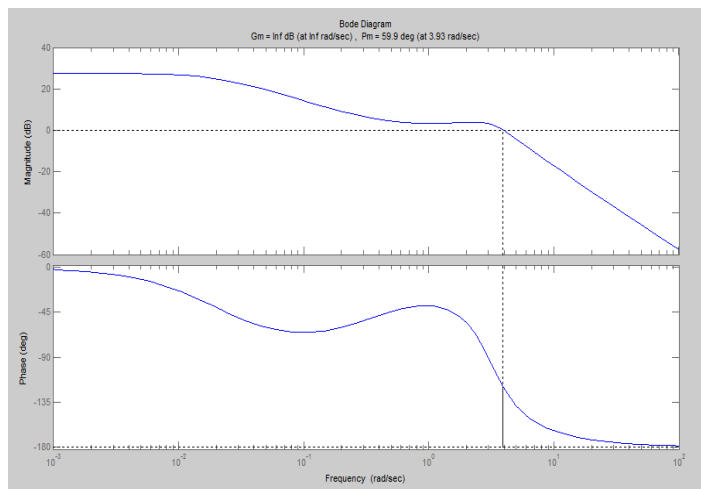


Figura 4: Margen de fase de la planta más el compensador.

Observando la anterior gráfica, vemos que el margen de fase cumple el requerimiento, además del margen de ganancia el cual es infinito. Para observar el error a una entrada paso, utilizamos el comando step, para observar si se cumple el requerimiento.

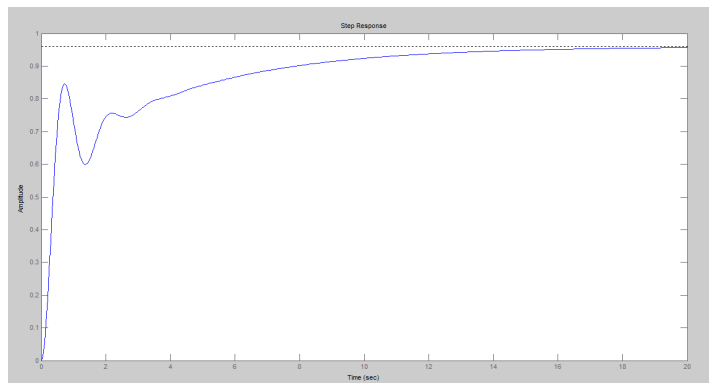


Fig. 5. Respuesta a una entrada paso del sistema controlado.

Como se observa en la figura, el error es menor al 5% desde los 12 segundos en adelante, lo cual cumple con el requisito.

Se implementa este controlador en Simscape teniendo en cuenta el siguiente circuito

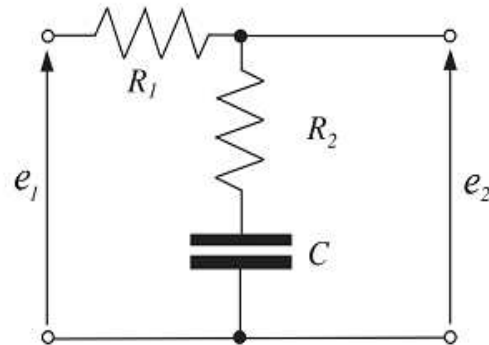


Fig. 6. Circuito para implementar red de atraso.

Teniendo en cuenta que el valor de las resistencia y el condensador se obtienen de las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2)C &= T_1 \\ R_2 C &= \alpha T_1 \end{aligned} \quad (12)$$

Le damos un valor de 1000ohms a R2 y así obtenemos el valor de R1 y C

$$\begin{aligned} R_2 &= 1000\Omega \\ C &= 0.02263F \\ R_1 &= 1.0682k\Omega \end{aligned}$$

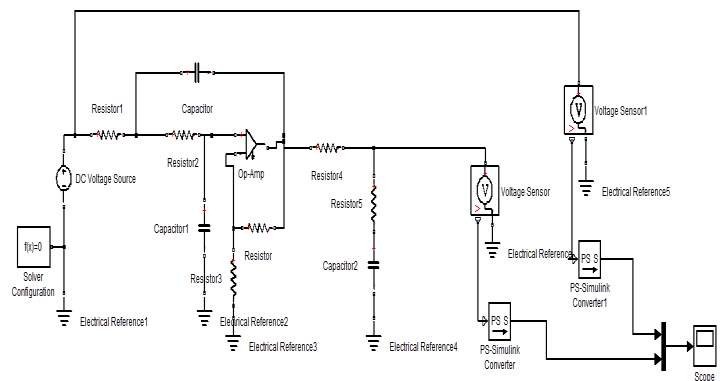


Figura 7: simulación para comprobar red de atraso.

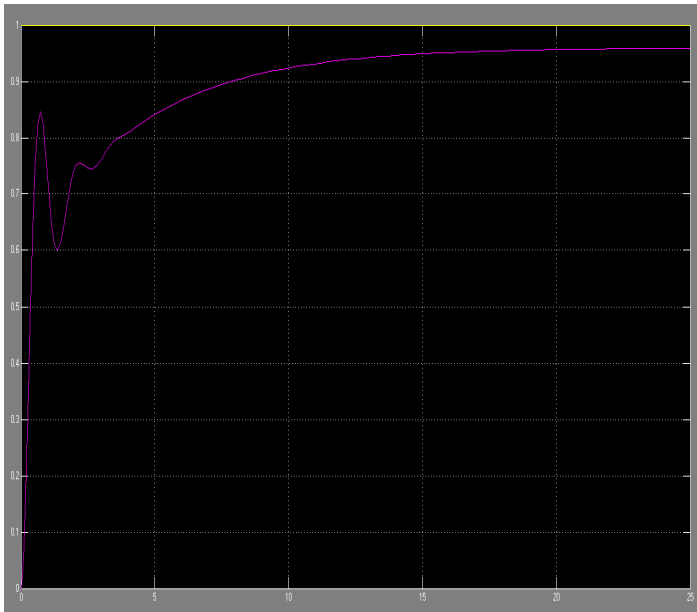


Figura 8: resultado de la simulación red de atraso.

2. Diseñe un compensador $C_2(s)$ de adelanto de fase tal que $C_2(s)G_2(s)$ alcance los siguientes requerimientos: (1) Error de posición inferior a 5%, (2) Margen de fase $\geq 60^\circ$, (3) Margen de ganancia ≥ 10 db, valide su diseño en simulación usando Simscape.

Para el diseño del compensador de adelanto de fase. Se omiten los cálculos debido a que es el que se implementó y se simuló, de modo que simplemente se pueden ver los requerimientos.

El compensador, tiene el siguiente circuito característico.

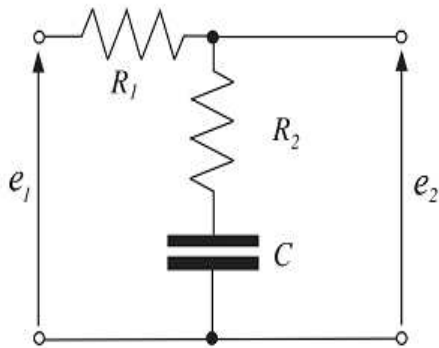


Figura 9: circuito de red de adelanto de fase.

Donde los valores obtenidos son los siguientes:

$$R_2 = 15.254\Omega$$

$$C = 2.23\mu F$$

$$R_1 = 1k\Omega$$

Al simular dicha red de adelanto, se cumplen las especificaciones deseadas y el resultado de las simulaciones se ilustra en la figuras 10 y 11, donde la red de adelanto simplemente hace un adelanto en fase de la respuesta y actúa como un seguidor de señal. Las

imágenes son iguales a las mostradas en la figura 3, pero en la 11 se puede ver la respuesta del sistema al agregarle la red de adelanto.

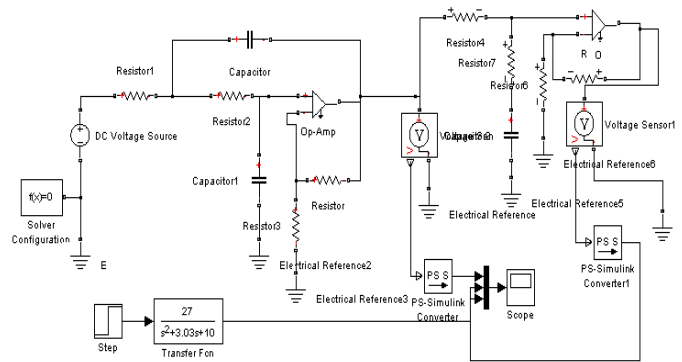


Figura 10: planta, función de transferencia y red de atraso unida a la planta.

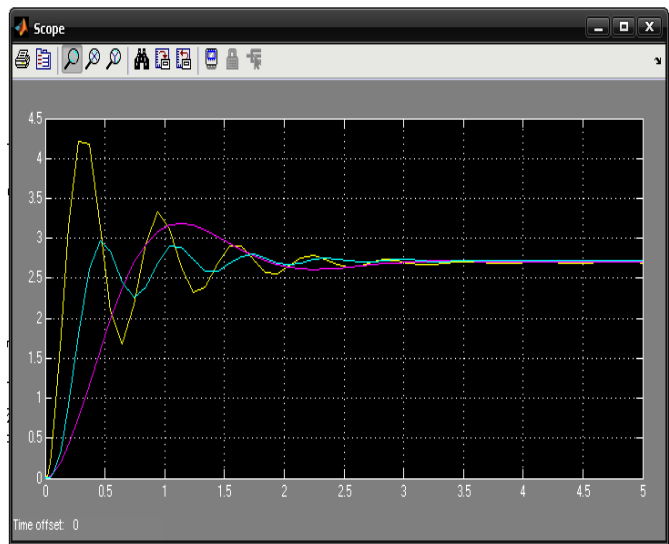


Figura 11: respuesta del sistema cuando tiene acoplada la red de atraso.

En la figura 12 se puede ver el montaje de la red de atraso que fue implementada en el laboratorio:

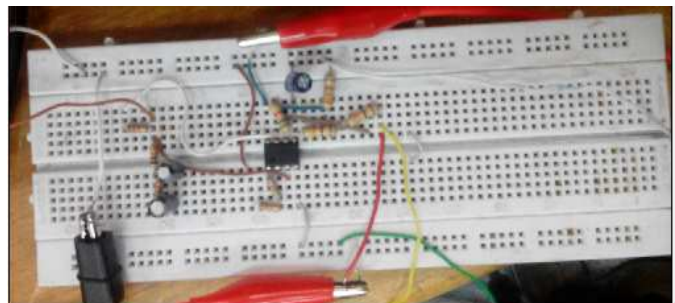


Figura 12: planta con red de adelanto acoplada.

La frecuencia del osciloscopio se halla de acuerdo a la respuesta de estabilización del sistema, en este caso como el sistema se estabiliza en 25 ms, la frecuencia de será:

$$f = \frac{1}{t_{est}} = \frac{1}{25e-3} \quad (13)$$

Obteniéndose una frecuencia para el osciloscopio de:

$$f = 400mHz$$

Una vez obtenido este valor se procedió a colocar la red de adelanto a la planta y ver las salidas de la planta con y sin controlador ante una señal cuadrada y se obtiene:

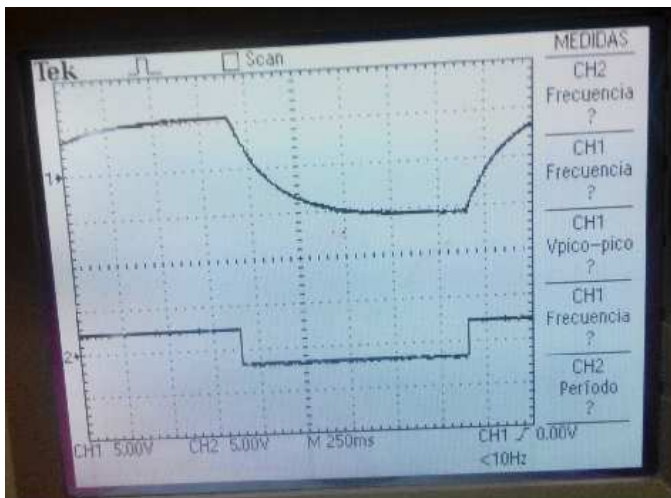


Figura 13: señales de entrada y salida.

Donde se puede ver claramente que el circuito es un seguidor de señal.

3. Compare, contraste y analice los resultados de los compensadores de adelanto y atraso. Calcule el tiempo de estabilización, sobrenivel porcentual.

Al colocar la planta, la respuesta de la misma y las respuestas de las simulaciones se pueden obtener los siguientes resultados:

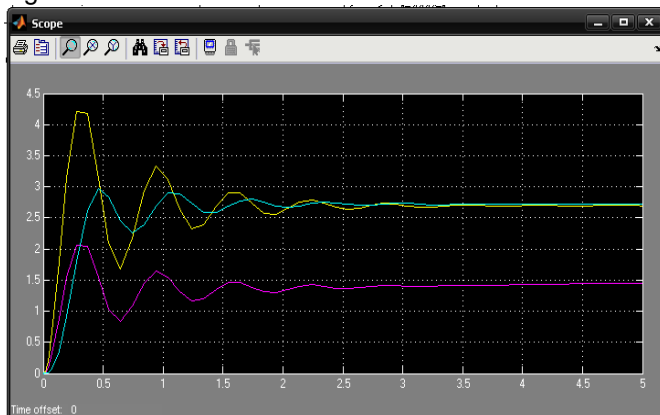


Figura 14: resultados de la planta (amarilla), red de adelanto (verde) red de atraso (purpura).

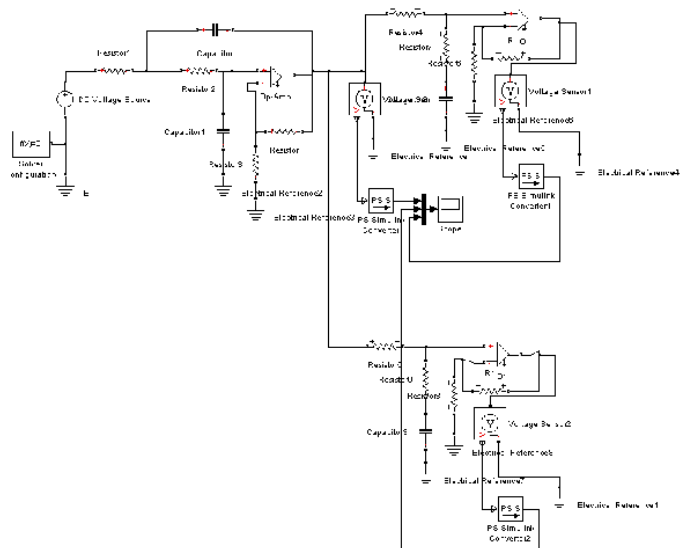


Figura 15: planta con las redes actuando independientemente.

De acuerdo a las simulaciones el tiempo de establecimiento es muy parecido, debido a que el margen de ganancia es el mismo para ambas redes igualmente los sobreniveles porcentuales no son muy significativos de uno con respecto al otro. El tiempo de respuesta de la planta influye en los cálculos dado que basado en ese tiempo se calculo la frecuencia a la cuál se calibra el osciloscopio para que el acople de impedancias muestre los resultados esperados. Realizando análisis sobre los valores de la gráfica de la respuesta el sobrenivel porcentual para la red de atraso es de 14%, mientras que el de la red de adelanto es del 11%.

Conclusiones:

1. Los compensadores pueden ser utilizados par manipular variables como son: margen de fase, error de posición, margen de ganancia, por tanto se puede trabajar en un ancho de banda específico.
2. Los procedimientos matemáticos mostrados en los textos y en este informe usualmente permiten cumplir con un margen de fase solicitado, pero no facilitan elegir una frecuencia de corte.
3. Es de esperarse que la red de adelanto se estabilice más rápido, pero los sobreniveles porcentuales no son tan significativos pues los compensadores afectan el tiempo de establecimiento pero no los sobrepicos.
4. En este caso los tiempos de respuestas y los sobrepicos son iguales debido a que las especificaciones eran las mismas, hay un leve adelanto en la red de adelanto como era de esperarse.
5. Los sobrepicos se pueden reducir si se aumenta el margen de ganancia, pero el sistema se puede demorar más en estabilizarse.

REFERENCIAS

- [1] Cuaran. J. R. Guía de Laboratorio No. 5 – Técnicas de compensación en el dominio de la frecuencia. Laboratorio de Control. Universidad Nacional de Colombia. 2014.
- [2] Dorf, R. C. Bishop, R. H. *Modern control systems*. 12th edition. Prentice Hall-Pearson. 2010.
- [3] Principles and Practice of Automatic Control, C. Smith & A. Corripio, Wiley, 1997.
- [4] Ogatha, *Modern Control engineering* 5th edition, prentice Hall-Pearson 2010.